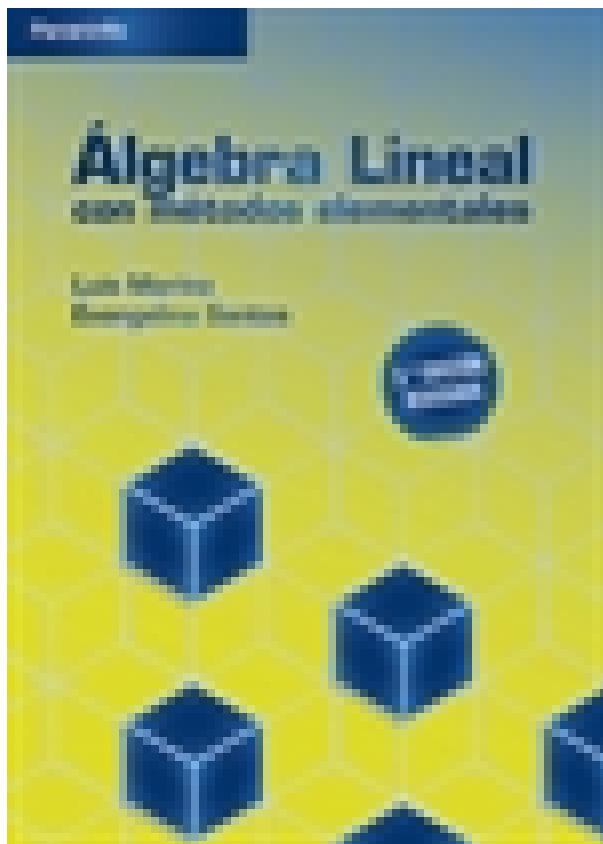


# Paraninfo

## Álgebra lineal con métodos elementales. 3a. Edición



**Editorial:** Paraninfo

**Autor:** LUIS MIGUEL MERINO GONZALEZ,  
EVANGELINA SANTOS ALAEZ

**Clasificación:** Universidad > Matemáticas

**Tamaño:** 17 x 24 cm.

**Páginas:** 404

**ISBN 13:** 9788428345163

**ISBN 10:** 8428345163

**Precio sin IVA:** \$ 103772.00 COP

**Precio con IVA:** \$ 103772.00 COP

**Fecha publicacion:** 20/08/2021

### Sinopsis

El Álgebra Lineal es una materia habitual en la mayor parte de los estudios técnicos y científicos, y es también habitual que su presentación al alumno sea o demasiado abstracta, olvidando la necesidad de insistir en la resolución de ejercicios, o un amplio recetario en el que se obvia la justificación de los métodos utilizados.

En este texto se hace una presentación en la que, sin renunciar al formalismo matemático y a la inclusión de la demostración de cada resultado, la materia tiene un marcado carácter práctico y se llega en todos los casos a adquirir técnicas de cálculo efectivo. Las transformaciones elementales de filas y columnas de matrices juegan, en este sentido, un importante papel y se usan no sólo como herramienta en la resolución de ejercicios sino en el centro mismo de la teoría, formando parte de muchas de las demostraciones. Esto, junto con la abundancia de ejemplos, que ayudan a la comprensión de las definiciones y a la asimilación de los métodos de cálculo y los más de 100 ejercicios resueltos en detalle lo convierten en un libro fácilmente accesible para el alumno.

**Luis Merino González** y **Evangelina Santos Aláez** son profesores titulares del Departamento de Álgebra de la Universidad de Granada.

### Nota a la tercera edición

Este texto nació de nuestro interés por mostrar que un enfoque más práctico y constructivo del Álgebra Lineal no era incompatible con el rigor matemático. A punto de cumplir los 25 años de existencia, el ya largo recorrido

de este manual supera nuestras previsiones e ilusiones más optimistas de aquel momento. Nos satisface enormemente haber podido influir en alguna medida en la formación de muchos estudiantes, algunos de ellos ya compañeros docentes.

En estos años hemos desarrollado más la parte de ejercicios, publicando en la web esquemas de resolución razonados y con ejemplos, primero a través de una página facebook y posteriormente también en una web propia. Creemos que es el formato más adecuado, en estos tiempos, para un material complementario que sigue aumentando y evolucionando sin la atadura del texto impreso. También muchos compañeros han colaborado aportando sus correcciones y sugerencias o, como el profesor Eduardo Aguirre de la UCM, publicando en la web un material complementario a nuestro texto, muy útil en determinados grados.

Agradecemos a cada nueva generación de lectores que sigan confiando en él y recomendándolo a las siguientes.

*Los autores*

## Índice

### I SISTEMAS DE ECUACIONES, MATRICES Y DETERMINANTES

#### 1 Sistemas de ecuaciones lineales

- 1.1 Ecuaciones lineales
- 1.2 Sistemas de ecuaciones lineales
- 1.3 Discusión de un sistema
- 1.4 Método de Gauss-Jordan

#### 2 Matrices. Transformaciones elementales

- 2.1 Matrices
- 2.2 Matrices triangulares y diagonales
- 2.3 Matrices escalonadas reducidas
- 2.4 Forma normal de Hermite
- 2.5 Rango de una matriz
- 2.6 Matrices y sistemas de ecuaciones

#### 3 Operaciones con matrices

- 3.1 Suma de matrices
- 3.2 Producto de un escalar por una matriz
- 3.3 Producto de matrices
- 3.4 División de una matriz en bloques
- 3.5 Producto por bloques
- 3.6 Matriz traspuesta
- 3.7 Propiedades del rango y de la traza

#### 4 Matrices regulares

- 4.1 Matrices elementales
- 4.2 Matriz inversa. Matrices regulares
- 4.3 Cálculo de la matriz inversa
- 4.4 Matrices equivalentes

#### 5 Determinantes

- 5.1 Determinante de una matriz cuadrada
- 5.2 Propiedades de los determinantes
- 5.3 Matriz inversa y determinantes
- 5.4 Rango y determinantes
- 5.5 Sistemas de ecuaciones y determinantes. Regla de Cramer

### **Ejercicios resueltos**

### **Ejercicios propuestos**

## **II ESPACIOS VECTORIALES**

### **1 Espacios vectoriales. Bases**

- 1.1 Definición y ejemplos
- 1.2 Dependencia e independencia lineal
- 1.3 Sistemas de generadores de un espacio vectorial
- 1.4 Bases de un espacio vectorial
- 1.5 Coordenadas de un vector respecto de una base
- 1.6 Coordenadas y dependencia lineal
- 1.7 Cambio de base

### **2 Subespacios vectoriales**

- 2.1 Definición y ejemplos
- 2.2 Subespacio generado por un conjunto de vectores
- 2.3 Espacio de filas y espacio de columnas de una matriz
- 2.4 Ecuaciones cartesianas y paramétricas de un subespacio
- 2.5 Ecuaciones cartesianas y dimensión de un subespacio
- 2.6 Intersección de subespacios
- 2.7 Suma de subespacios
- 2.8 Suma directa de subespacios
- 2.9 Fórmula de las dimensiones
- 2.10 Espacio vectorial cociente

### **3 Espacios vectoriales euclídeos**

- 3.1 Productos escalares
- 3.2 Matriz de Gram. Expresión matricial del producto escalar
- 3.3 Matriz de Gram y cambio de base
- 3.4 Norma de un vector
- 3.5 Ángulo entre dos vectores. Vectores ortogonales
- 3.6 Bases ortogonales y ortonormales
- 3.7 Construcción de bases ortonormales. Método de Gram-Schmidt
- 3.8 Complemento ortogonal
- 3.9 Proyección ortogonal
- 3.10 Producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$

### **Ejercicios resueltos**

### **Ejercicios propuestos**

## III APLICACIONES LINEALES

### 1 Aplicaciones lineales. Núcleo e imagen

- 1.1 Definición y ejemplos
- 1.2 Núcleo e imagen de una aplicación lineal
- 1.3 Aplicaciones lineales inyectivas y sobreyectivas. Isomorfismos
- 1.4 Operaciones con aplicaciones lineales

### 2 Aplicaciones lineales y matrices

- 2.1 Matriz asociada a una aplicación lineal
- 2.2 Matriz asociada y núcleo e imagen
- 2.3 Matriz asociada y cambio de base
- 2.4 Matriz asociada y operaciones con aplicaciones lineales

### 3 Espacio dual

- 3.1 Bases duales
- 3.2 Anulador de un subespacio
- 3.3 Aplicación lineal traspuesta
- 3.4 Una aplicación de la teoría del espacio dual: interpolación de Lagrange

### 4 Isometrías

- 4.1 Definición y ejemplos
- 4.2 Isometrías en  $\mathbb{R}^2$
- 4.3 Isometrías en  $\mathbb{R}^3$

### Ejercicios resueltos

### Ejercicios propuestos

## IV DIAGONALIZACIÓN Y FORMA DE JORDAN

### 1 Diagonalización por semejanza

- 1.1 Semejanza de matrices. El problema de la diagonalización
- 1.2 Autovalores y autovectores
- 1.3 Polinomio característico
- 1.4 Multiplicidad algebraica y multiplicidad geométrica
- 1.5 Endomorfismos y matrices diagonalizables
- 1.6 Diagonalización por semejanza ortogonal de matrices simétricas

### 2 Forma canónica de Jordan

- 2.1 Introducción
- 2.2 Bloques de Jordan y matrices de Jordan
- 2.3 Subespacios propios generalizados. Subespacio máximo
- 2.4 La base de  $M(\lambda)$
- 2.5 Cálculo de la base de  $M(\lambda)$
- 2.6 Teorema de existencia de forma canónica de Jordan

### 3 Forma de Jordan real

- 3.1 Introducción
- 3.2 Parejas de autovalores y autovectores complejos

3.3 Forma de Jordan real

3.4 Matriz de paso a forma de Jordan real

**Ejercicios resueltos**

**Ejercicios propuestos**

## **V FORMAS BILINEALES Y CUADRÁTICAS**

### **1 Formas bilineales**

1.1 Definición y propiedades básicas

1.2 Matriz asociada a una forma bilineal

1.3 Matriz asociada y cambio de base

1.4 Formas bilineales simétricas y antisimétricas

### **2 Formas cuadráticas**

2.1 Definición y propiedades básicas

2.2 Forma polar de una forma cuadrática

2.3 Matriz asociada a una forma cuadrática

2.4 Conjugación respecto de una forma cuadrática

2.5 Clasificación de formas cuadráticas reales

2.6 Signatura de una forma cuadrática real

2.7 Diagonalización por congruencia

2.8 Criterio de Sylvester

**Ejercicios resueltos**

**Ejercicios propuestos**

## **VI ESPACIO AFÍN. CÓNICAS Y CUÁDRICAS**

### **1 Espacio afín y afín métrico**

1.1 Definición y ejemplos

1.2 Sistemas de referencia y coordenadas

1.3 Cambio de sistema de referencia

1.4 Variedades afines

1.5 Ecuaciones cartesianas y paramétricas de una variedad afín

1.6 Variedad afín generada por un conjunto de puntos

1.7 Intersección y suma de variedades afines

1.8 Posición relativa de dos variedades afines

1.9 Proyección ortogonal de un punto sobre una variedad

1.10 Distancia de un punto a una variedad afín

1.11 Distancia entre dos variedades afines

1.12 Problemas métricos en el plano

1.13 Problemas métricos en el espacio afín euclídeo tridimensional

### **2 Aplicaciones afines y movimientos**

2.1 Definición y ejemplos

2.2 Expresión matricial de una aplicación afín

2.3 Movimientos rígidos

- 2.4 Puntos fijos y variedades invariantes
- 2.5 Clasificación de los movimientos rígidos en R2
- 2.6 Clasificación de los movimientos rígidos en R3

### **3 Cónicas y cuádricas**

- 3.1 Elipse
- 3.2 Hipérbola
- 3.3 Parábola
- 3.4 Secciones cónicas
- 3.5 Ecuación general de una cónica
- 3.6 Ecuación reducida de una cónica
- 3.7 Cálculo de los elementos geométricos
- 3.8 Invariantes métricos de las cónicas
- 3.9 Invariantes y ecuación reducida
- 3.10 Ecuación general, clasificación y cálculo de la ecuación reducida de una cádrica
- 3.11 Invariantes métricos y clasificación por invariantes de las cuádricas

#### **Ejercicios resueltos**

#### **Ejercicios propuestos**

## **VII INVERSAS GENERALIZADAS. MÍNIMOS CUADRADOS**

### **1 Matrices inversas generalizadas**

- 1.1 Matrices de rango pleno
- 1.2 Inversas laterales
- 1.3 Inversa generalizada de Moore-Penrose

### **2 Sistemas de ecuaciones. Mínimos cuadrados**

- 2.1 Soluciones mínimo-cuadráticas de un sistema incompatible
- 2.2 Solución mínimo-cuadrática de norma mínima
- 2.3 Problemas de mínimos cuadrados

#### **Ejercicios resueltos**

#### **Ejercicios propuestos**

Paraninfo Colombia Calle José Abascal, 56 (Utopicus). Oficina 217. 28003 Madrid (España)  
Tel. (+34) 914 463 350 Fax  
clientes@paraninfo.co www.paraninfo.mx